

Maxima, uvod 1

Maxima, wxMaxima

© Predrag Pejović, 

- ▶ computer algebra systems (CAS)? http://en.wikipedia.org/wiki/Comparison_of_computer_algebra_systems
- ▶ **Mathematica**, \$2,495 (Professional), \$1095 (Education), \$140 (Student), \$69.95 (Student annual license), \$295 (Personal), **free on Raspberry Pi hardware**
- ▶ **Maple**, \$2,275 (Commercial), \$2,155 (Government), \$1245(Academic), \$239 (Personal Edition), \$99 (Student), \$79 (Student, 12-Month term)
- ▶ navijačke strasti, Maple vs. Mathematica
- ▶ Symbolic Math Toolbox (MATLAB), \$3150 including required Matlab
- ▶ bio popularan **Derive**, [http://en.wikipedia.org/wiki/Derive_\(computer_algebra_system\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Derive_(computer_algebra_system)), discontinued 2007

Maxima, uvod 2

- ▶ Maxima, a computer algebra system, GPL
- ▶ [http://en.wikipedia.org/wiki/Maxima_\(software\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Maxima_(software))
- ▶ <http://maxima.sourceforge.net/>
- ▶ zasnovana na MIT Macsyma, <http://en.wikipedia.org/wiki/Macsyma>
- ▶ William Frederick Schelter, GPL, DOE Macsyma 1982 http://en.wikipedia.org/wiki/Bill_Schelter
- ▶ star program, ali aktivno se razvija
- ▶ uključen u **Scilab** i **Euler Math Toolbox**
- ▶ uključen u **SageMath**, [http://en.wikipedia.org/wiki/Sage_\(mathematics_software\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Sage_(mathematics_software))
- ▶ napredno: SageMath, <http://www.sagemath.org/>

Maxima, uvod 3

- ▶ Maxima je program komandne linije, startuje se sa maxima
- ▶ nekada ga pratio GUI xmaxima, još postoji (sudo apt-get install xmaxima)
- ▶ sticajem okolnosti, korišćićemo xmaxima i mi ove godine ...
- ▶ danas dominira GUI wxMaxima, Andrej Vodopivec
- ▶ <https://wxmaxima-developers.github.io/wxmaxima/>
- ▶ wxMaxima može sve što može Maxima, **nešto** (ne sve) uneto u GUI
- ▶ odlično radi i pod win
- ▶ treba predavati u **prvoj** godini (jeretička misao)
- ▶ **napomena**: problemi pod **nekim** verzijama GNU/Linux!
- ▶ zato ćemo izbegavati veliku primenu i koristiti i xmaxima

Maxima, literatura

- ▶ <http://maxima.sourceforge.net/documentation.html>
- ▶ Maxima Reference Manual, ver. 5.42.0, 1196 strana
- ▶ na istoj stranici niz linkova na tutorials
- ▶ lepi primeri <http://math.hawaii.edu/wxmaxima/>
- ▶ film od 2h 9' 9"(sedam delova), počinje sa <http://www.youtube.com/watch?v=iqVWZcxAsrs>

Maxima, komandna linija

- ▶ da počnemo sa komandnom linijom
- ▶ zašto?
- ▶ 1. programiranje moguće; nalik Octave, Python, interpreter
- ▶ 2. GUI nema sve komande, mnogo ih je
- ▶ 3. kada se naviknete, ponekad lakše je kucati komande
- ▶ **maxima**
- ▶ izlazi se sa **quit()**;

Maxima, komandna linija

- ▶ čudna i česta upotreba znaka %
- ▶ π je **%pi**
- ▶ e je **%e**
- ▶ j ili i je **%i**
- ▶ ∞ je **inf**, nema %, ima i **infinity** i **infm**
- ▶ **;** je kraj komande, nema veze sa Octave, čak suprotno!
- ▶ **\$** je kraj komande to suppress output
- ▶ **float(<izraz>)**; daje numerički izlaz

Maxima, komandna linija ...

- ▶ **%pi**;
- ▶ **float(%pi)**;
- ▶ **ev(%pi, numer)**;
- ▶ **%e**;
- ▶ **float(%e)**;
- ▶ **float(%i)**;
- ▶ **%i^2**;
- ▶ **sqrt(-1)**;
- ▶ **sin(%pi/4)**;

simboli, brojevi, razlomci ...

- ▶ `3/4;`
- ▶ `3.0/4;`
- ▶ `3/4.;`
- ▶ `3/4.0;`
- ▶ `float(3/4);`
- ▶ `ev(3/4, numer);`
- ▶ `1/2 - 1/3;`
- ▶ `float(%);`
- ▶ `sin(2);`
- ▶ `sin(2.0);`
- ▶ `63^3;`
- ▶ `3^63;`
- ▶ `10!;`
- ▶ `100!;`
- ▶ `1000!;`

=, % i solve

- ▶ još jedna čudna primena %, prethodni izraz
- ▶ `%ok`, k -ti output, k je integer, $k \in N$
- ▶ `%ik`, k -ti input
- ▶ `%;`
- ▶ `%i2;`
- ▶ `%o2;`
- ▶ kod wxMaxima % može da vas prevari, vrtićemo se na ovo, pazite!
- ▶ = je = iz jednačine, ne zaboravite, ponavljam!
 - ▶ `3*x+2=8;`
 - ▶ `solve(%, x);`
 - ▶ `solve(y^3 = 27, y);`
 - ▶ `solve(f(t)=64,t);`

kill

- ▶ `describe(kill);`
- ▶ `? kill;`
- ▶ `a: 4;`
- ▶ `b: 5;`
- ▶ `f(x):=x^2;`
- ▶ `values;`
- ▶ `kill(b);`
- ▶ `values;`
- ▶ `fundef(f);`
- ▶ `kill(f);`
- ▶ `fundef(f);`
- ▶ `b: 7;`
- ▶ `values;`
- ▶ `kill(all);`
- ▶ `values;`

fpprec i bfloat

- ▶ `fpprec;`
- ▶ `float(%pi);`
- ▶ `bfloat(%pi);`
- ▶ `fpprec: 50;`
- ▶ `bfloat(%pi);`
- ▶ `float(%pi);`
- ▶ `fpprec: 3;`
- ▶ `bfloat(%pi);`
- ▶ `float(%pi);`
- ▶ `describe(fpprec);`
- ▶ `describe(bfloat);`

problemi sa =, osnovna prepreka primeni

- ▶ = je = iz jednačine
 - ▶ `solve(2*x-8=2,x);`
 - ▶ `solve(x^2 - 5 * x = -6, x);`
 - ▶ `solve(x^2 - 2, x);`
- ▶ : je = iz dodele vrednosti
 - ▶ `a;`
 - ▶ `a: 4;`
 - ▶ `a;`
 - ▶ `a$`
 - ▶ `a^3;`
 - ▶ `sqrt(a);`
- ▶ := je = iz definicije funkcije
 - ▶ `f(x):=x^2;`
 - ▶ `f(3);`
 - ▶ `f(a);`
 - ▶ `f(b);`

undefinisanje

- ▶ `fundef(f);`
- ▶ `remfunction(f);`
- ▶ `fundef(f);`
- ▶ može i `remfunction(all);`
- ▶ `values;`
- ▶ `remvalue(a);`
- ▶ `a;`
- ▶ `a: 2;`
- ▶ `b: 3;`
- ▶ `values;`
- ▶ `remvalue(all);`
- ▶ `values;`
- ▶ ovde posle ? mora blanko:
- ▶ `? values;`
- ▶ `? remvalue;`

još o funkcijama i ev

- ▶ `f(x) := x^2;`
- ▶ `a: x^2;`
- ▶ `f(y);`
- ▶ `ev(a, x=y);`
- ▶ `f(4);`
- ▶ `ev(a, x=4);`
- ▶ `describe(ev);`
- ▶ opet neobična primena simbola =

fpprintprec

- ▶ `fpprintprec;`
- ▶ `float(%pi);`
- ▶ `float(%e);`
- ▶ `fpprintprec: 3;`
- ▶ `float(%pi);`
- ▶ `float(%e);`
- ▶ `fpprintprec: 5;`
- ▶ `float(%pi);`
- ▶ `float(%e);`
- ▶ `fpprintprec: 0;`
- ▶ `float(%pi);`
- ▶ `float(%e);`
- ▶ `describe(fpprintprec);`

expand i factor

- ▶ `expand((x+1)^2);`
- ▶ `expand((x+1)*(x-1));`
- ▶ `expand((x-3)^7);`
- ▶ `factor(%);`
- ▶ `eq: expand((x-4)*(x-5)*(x-6));`
- ▶ `solve(eq, x);`
- ▶ `factor(eq);`
- ▶ `factor(4*x^5-4*x^4-13*x^3+x^2-17*x+5);`
- ▶ `factor(1001);`
- ▶ `factor(123412341234);`
- ▶ `describe(factor);`
- ▶ `describe(expand);`

parcijalni razlomci, `partfrac(expression, variable);`

- ▶ `ex: (s^3+4*s^2+6*s+4)/(s^3+3*s^2+3*s+1);`
- ▶ `factor(ex);`
- ▶ `partfrac(ex, s);`
- ▶ dobar TEK!
- ▶ `expand(%);`
- ▶ `ratsimp(%);`

ratsimp i fullratsimp

- ▶ `kill(all);`
- ▶ `eq: sin(x/(x^2+x)) = exp((log(x)+1)^2-log(x)^2);`
- ▶ `ratsimp(eq);`
- ▶ `((x-1)^(3/2)-(x+1)*sqrt(x-1))/sqrt((x-1)*(x+1));`
- ▶ `ratsimp(%);`
- ▶ `expr: (x^(a/2)+1)^2*(x^(a/2)-1)^2/(x^a-1);`
- ▶ `ratsimp(%);`
- ▶ `fullratsimp(%);`
- ▶ `? ratsimp;`
- ▶ `? fullratsimp;`

trigonometrija

- ▶ `cos(%pi/3);`
- ▶ `sin(%pi/3);`
- ▶ `ev(sin(%pi/3), numer);`
- ▶ `float(sin(%pi/3));`
- ▶ `csc(45*%pi/180);`
- ▶ `tan(%pi/4);`
- ▶ `tan(%pi/8);`
- ▶ `acos(1/2);`
- ▶ `180/%pi*asin(sqrt(3)/2);`
- ▶ `acsc(1);`

trigonometrija, izrazi

- ▶ `ex: sin(x)^2+cos(x)^2;`
- ▶ `trigsimp(ex);`
- ▶ `? trigsimp;`
- ▶ `kill(all);`
- ▶ `ex: sin(a+b);`
- ▶ `trigexpand(ex);`
- ▶ `trigrat(%);`
- ▶ `? trigexpand;`
- ▶ `? trigrat;`
- ▶ `ex: sin(x)^2;`
- ▶ `trigsimp(ex);`
- ▶ `trigreduce(ex);`
- ▶ `? trigreduce;`
- ▶ `trigrat(ex);`

linearni sistemi jednačina 1

- ▶ `3*x+2*y=7;`
- ▶ `lhs(%);`
- ▶ `rhs(%);`
- ▶ `rhs(%ok);` *k je broj jednačine iz prvog reda*
- ▶ `e1: 3*x+2*y=7;`
- ▶ `lhs(e1);`
- ▶ `rhs(e1);`
- ▶ `e2: 5*x-y=3;`
- ▶ `linsolve([e1,e2], [x,y]);`
- ▶ `r: %;`
- ▶ `r[1];`
- ▶ `r[2];`
- ▶ `rhs(r[1]);`

linearni sistemi jednačina 2

- ▶ `e1;`
- ▶ `e1: 10*x-2*y=6;`
- ▶ `e2;`
- ▶ `linsolve([e1,e2], [x,y]);`
- ▶ `e1: 10*x-2*y=5;`
- ▶ `linsolve([e1,e2], [x,y]);`

eliminacija

- ▶ `remvalue(all);`
- ▶ `a1: x+y+2*t=7;`
- ▶ `a2: x-y-t=2;`
- ▶ `eliminate([a1,a2], [t]);`

matrice

- ▶ `A: matrix([1,2],[2,1]);`
- ▶ `B: invert(A);`
- ▶ `A*B;`
- ▶ ovo je element-wise operation!!!
- ▶ `A.B;`
- ▶ ovo je matricno množenje!
- ▶ `determinant(A);`
- ▶ `determinant(B);`
- ▶ `b: matrix([3],[3]);`
- ▶ `x: B.b;`
- ▶ `A.x;`
- ▶ `A.x-b;`
- ▶ `kill(all);`

Kronecker-Capelli

- ▶ `A: matrix([5,-1,3],[10,-2,6]);`
- ▶ `echelon(A);`
- ▶ `A[2][3]: 5;`
- ▶ `A;`
- ▶ `echelon(A);`

nelinearni sistemi

- ▶ `remvalue(all);`
- ▶ `a1: x^2+y^2=41;`
- ▶ `a2: y=x+1;`
- ▶ `algsys([a1,a2],[x,y]);`
- ▶ `t: solve(a1,y);`
- ▶ `y1: rhs(t[1]);`
- ▶ `y2: rhs(t[2]);`
- ▶ `solve(a2,y);`
- ▶ `y3: rhs(solve(a2,y)[1]);`

plotovanje

- ▶ pazite, wxMaxima ima i wxplot2d koji embed graphs!
- ▶ `plot2d([y1,y2,y3],[x,-10,10],[y,-15,15]);`
- ▶ stari poznanik, gnuplot
- ▶ Octave radi isto, gnuplot
- ▶ `describe(plot2d);`
- ▶ ima i `example(linsolve);`
- ▶ `%th(3);`
- ▶ probajte `%th(4);`

limesi

- ▶ `limit((1+1/x)^(2*x),x,inf);`
- ▶ `float(%);`
- ▶ `(x-2)/(x^2-4);`
- ▶ `limit(%,x,2);`
- ▶ `limit(x^3,x,inf);`
- ▶ `limit(x^3,x,minf);`
- ▶ `f(x) := atan(x);`
- ▶ `limit(f(x),x,inf);`
- ▶ `limit(f(x),x,minf);`
- ▶ `limit(sin(3*x)/x,x,0);`

0, 0- i 0+

- ▶ `limit(1/x,x,0);`
- ▶ `limit(1/x,x,0,plus);`
- ▶ `limit(1/x,x,0,minus);`

kombinacije ...

- ▶ `f(x):=x^3*tan(x);`
- ▶ `rd: (f(x+h)-f(x))/h;`
- ▶ `limit(rd,h,0);`
- ▶ `trigsimp(%);`
- ▶ `trigrat(%);`

izvodi

- ▶ `remvalue(all);`
- ▶ `diff(x^2,x);`
- ▶ `diff(sin(x),x);`
- ▶ `diff(sin(x),x,2);`
- ▶ `diff(sin(x),x,3);`
- ▶ `diff(sin(x),x,4);`
- ▶ parcijalni izvodi
- ▶ `diff(sin(x*y),x);`
- ▶ `diff(sin(w*t),t);`

razvoj u red

- ▶ `taylor(sin(x), x, 0, 5);`
- ▶ `taylor(cos(x), x, 0, 7);`
- ▶ `f(x) := %e^x-cos(x);`
- ▶ `taylor(f(x), x, 0, 7);`
- ▶ vezba: nacrtajte $\sin(x)$ i razvoje reda 1, 3, 5 i 7 na istom grafiku

operator '

- ▶ `kill(all);`
- ▶ `a: 4;`
- ▶ `a;`
- ▶ `'a;`
- ▶ ovo će biti potrebno kod diferencijalnih jednačina
- ▶ `'diff(x^2,x);`
- ▶ `'integrate(x^2,x);`
- ▶ `'integrate(x^2,x,0,1);`

provera rešenja, substitute

- ▶ `eq: 'diff(y, t, 2) + y = 0;`
- ▶ `s: ode2(eq, y, t);`
- ▶ `s: rhs(s);`
- ▶ `p: subst(s, y, eq);`
- ▶ `ev(p, diff);`
- ▶ `is(%);`

Laplasova transformacija

- ▶ `kill(all);`
- ▶ `laplace(1, t, s);`
- ▶ `laplace(sin(w*t), t, s);`
- ▶ `laplace(cos(w*t), t, s);`
- ▶ `laplace(exp(a*t), t, s);`
- ▶ `laplace(exp(a*t)*sin(w*t), t, s);`
- ▶ `laplace(exp(a*t)*cos(w*t), t, s);`
- ▶ `laplace(exp(t-T), t, s);`

integrali

- ▶ neodređeni integral
- ▶ `integrate(x^2, x);`
- ▶ `integrate(sin(x), x);`
- ▶ određeni integral
- ▶ `integrate(x^2, x, 1, 2);`
- ▶ `integrate(sin(x), x, 0, %pi);`
- ▶ `integrate(1/(1+x^2), x, 0, 1);`

uvod u diferencijalne jednačine

- ▶ `eq1: 'diff(y, t, 2) + 4 * y = 0;`
- ▶ `ode2(eq1, y, t);`
- ▶ `eq2: 'diff(y, t, 2) - 4 * y = 0;`
- ▶ `ode2(eq2, y, t);`
- ▶ `eq3: 'diff(y, t, 2) - 2 * 'diff(y, t) + y = 0;`
- ▶ `ode2(eq3, y, t);`
- ▶ `eq4: 'diff(y,t,2)+2*'diff(y,t)+4*y=8*sin(4*t);`
- ▶ `ode2(eq4, y, t);`

scripting

- ▶ pun programski jezik, input, output, if, for, ...
- ▶ samo naznake ovde, ako vas zanima dalje sami ...
- ▶ komandna linija, `gedit dj.mac`

```
eq1: 'diff(y, t, 2) + 4 * y = 0;
ode2(eq1, y, t);
eq2: 'diff(y, t, 2) - 4 * y = 0;
ode2(eq2, y, t);
eq3: 'diff(y, t, 2) - 2 * 'diff(y, t) + y = 0;
ode2(eq3, y, t);
eq4: 'diff(y, t, 2) + 2 * 'diff(y, t) + 4 * y
= 8 * sin(4*t);
ode2(eq4, y, t);
```

- ▶ Maxima prozor, `batch("dj.mac");`

inverzna Laplasova transformacija

- ▶ `ilt(1/(s+2), s, t);`
- ▶ `ilt(2/(s^2+4), s, t);`
- ▶ `ilt((s^2+3*s+3)/(s^3+3*s^2+3*s+1), s, t);`

wxMaxima

- ▶ realno, ovo se koristi, mada ima problema **ove** godine
- ▶ odličan GUI, ali jedan od, ima ih više, npr. `xmaxima`
- ▶ razlike na komandnoj liniji skoro da nema
- ▶ komandu šaljete sa `ctrl/Enter` ili sa desnim `Enter`
- ▶ postoji i `wxplot2d` i `wxplot3d` koji embed
- ▶ `plot3d(x^2-y^2, [x,-1,1], [y,-1,1]);`
- ▶ `wxplot3d(x^2-y^2, [x,-1,1], [y,-1,1]);`
- ▶ `a:2;`
- ▶ `b:3;`
- ▶ `c:4;`
- ▶ obrišete ćelije sa `c i b`
- ▶ `%;`
- ▶ pogledate okrećeni output, right click, Copy i Copy LaTeX

wxMaxima, zadaci 1

1. rešiti jednačinu $x^2 - 2x = 0$
2. rešiti jednačinu $ax^2 + 5bx - 2 = 0$
3. rešiti sistem jednačina $2x - y - 1 = 0$ i $x + 2y + 4 = 0$
4. nacrtati funkciju $y = e^x + 1$
5. imaju li preseke krug $x^2 + y^2 = 1$ i prave (algebra + grafici)
 - 5.1 $x + y - 4 = 0$
 - 5.2 $x + y - 1 = 0$
 - 5.3 $x + y - \sqrt{24} = 0$

wxMaxima, zadaci 3

1. Maklorenov red 2. i 4. stepena + slika za $f(x) = \ln(1 + x + x^2)$
2. Maklorenov red 6. stepena + slika za $f(x) = \ln(1 + \sin(x))$
3. Tejlorov red po $(x+3)$ 5. stepena za $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$
4. Tejlorov red po $(x-1)$ 5. stepena za $f(x) = \ln(x)$

wxMaxima, zadaci 5

- ▶ $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$
- ▶ $\int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$
- ▶ $\int_1^e \frac{x^2 + 1}{2x} dx$
- ▶ $\int_3^9 x \sin x dx$
- ▶ $\int_0^\infty x e^{-x^2} dx$
- ▶ $\int_1^\infty \frac{2x}{(1+x^2)^2} dx$

wxMaxima

- ▶ pogledate Cell meni
- ▶ ćelije sa tekstem `Ctrl+1` do `Ctrl+4`, valja komentarisati!
- ▶ pod win je ovo malo drugačije (Fsomething)
- ▶ pogledajte `Save As ...`
- ▶ pogledajte `Export ...`
- ▶ cilj#1: save mac file (manje važno, lako)
- ▶ cilj#2: print to pdf file
- ▶ cilj#3: export to LaTeX, posle pdf, ponekad bug!
- ▶ na ispitu/kolokvijumu output je pdf, iz wxMaxima!
- ▶ dalje vežbate sami, ja pomažem, lista zadataka ...

wxMaxima, zadaci 2

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 - 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2 - 1}$
3. naći prvi izvod $y = xe^x$
4. naći treći izvod $y = x^n e^x$
5. odrediti ekstreme i prevojne tačke funkcije $y = \frac{x^2}{x-2}$
6. nacrtati grafik funkcije $y = \frac{x^2}{x-2}$

wxMaxima, zadaci 4

- ▶ $\int \frac{3x + 5}{x^2 + x + 1} dx$
- ▶ $\int xe^x dx$
- ▶ $\int_4^5 \frac{dx}{\sqrt[5]{x}}$
- ▶ $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5 + 3 \cos^2 x}$
- ▶ $\int_1^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$
- ▶ $\int_1^\infty \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$

wxMaxima, zadaci 6

- ▶ $\frac{dy}{dt} + y = \cos(t)$
- ▶ odrediti konstantu rešenja tako da $y(0) = \frac{1}{2}$
- ▶ napomene: koristiti subst i proveriti rešenje
- ▶ $\frac{dy}{dt} - 2y = -t^2$
- ▶ odrediti konstantu rešenja tako da $y(0) = \frac{1}{4}$
- ▶ $\frac{dy}{dt} + 2y = 2t$
- ▶ odrediti konstantu rešenja tako da $y(0) = -1$